

Resumen

En el presente trabajo se presenta un modelo que busca describir la evolución de la tuberculosis en Población Privada de Libertad. Este último está basado en el modelo propuesto por Sally Blower *et al.* (1995) en [1], incorporando nuevos flujos de ingreso de individuos al sistema.

Motivación

- La tuberculosis es una enfermedad infecciosa causada por la bacteria *Mycobacterium Tuberculosis*, más conocida como el bacilo de Koch.
- Anualmente alrededor de 15 personas por cada 100.000 son diagnosticadas y tratadas por tuberculosis. Para la población penal, estas cifras rondan los 195 casos por cada 100.000 personas. Esto es un aumento de la prevalencia por un factor de 13.
- Se necesita implementar estrategias de diagnóstico y tratamiento efectivas y eficientes.

Etapas de la Tuberculosis

Se distinguen las siguientes etapas de el ciclo de la infección:

- **Susceptibles (S):** Individuos susceptibles a infección.
- **Latencia (L):** Individuos infectados con la bacteria, cuadro asintomático.
- **Infección activa, infectante (Ti):** Individuos con cuadro sintomático que afecta su sistema respiratorio, estas personas pueden infectar a personas susceptibles.
- **Infección activa, no-infectante (Tn):** Individuos con cuadro sintomático que no afecta su sistema respiratorio, estas personas no pueden infectar a personas susceptibles.

- **Recuperados (R):** Individuos previamente infectados que se encuentran recuperados.

Se identifican además los siguiente flujos

- Ingreso de nuevos individuos al sistema: π nuevos individuos cada año.
- Fallecimientos no causados por TB: Proporción μ de individuos fallecidos de cada etapa en cada año.
- Infección: $\beta Ti S$ nuevos infectados cada año, de los cuales $(1-p)\beta Ti S$ progresan a una infección latente, $pf\beta Ti S$ progresan a infección activa infectante y $p(1-f)\beta Ti S$ a una infección activa no-infectante.
- Activación: Proporción ν de individuos con infección latente progresan a infección activa al año, de los cuales una proporción q progresa a infección infectante y una proporción $1-q$ a infección no-infectante.
- Fallecimientos ocasionados por TB: Proporción μ_T de personas con infecciones activas fallece producto de TB al año.
- Mejoría: Proporción c de individuos con infección activa infectante se recuperan al año, la misma proporción de individuos con infección activa no-infectante se recupera.
- Recaída: Proporción ω de individuos recuperados recaen a infecciones activas infectantes cada año, la misma proporción lo hace a infecciones activas no-infectantes.

Referencias

- [1] Blower SM, Mclean AR, Porco TC, Small PM, Hopewell PC, Sanchez MA, et al. The intrinsic transmission dynamics of tuberculosis epidemics. Nat Med. Nature Publishing Group; 1995 Aug;1(8):815–21.
- [2] Aguilera X, Tuberculosis en personas privadas de libertad: El efecto reservorio de las prisiones para la tuberculosis en Chile (Tesis de Magister). Esc. de Salud Pública, Fac. de Medicina U. de Chile; 2016 Jul.

Modelo de Blower *et al.*

Las etapas y flujos descritos en el punto anterior pueden ser sintetizadas por el diagrama mostrado en la figura 1.

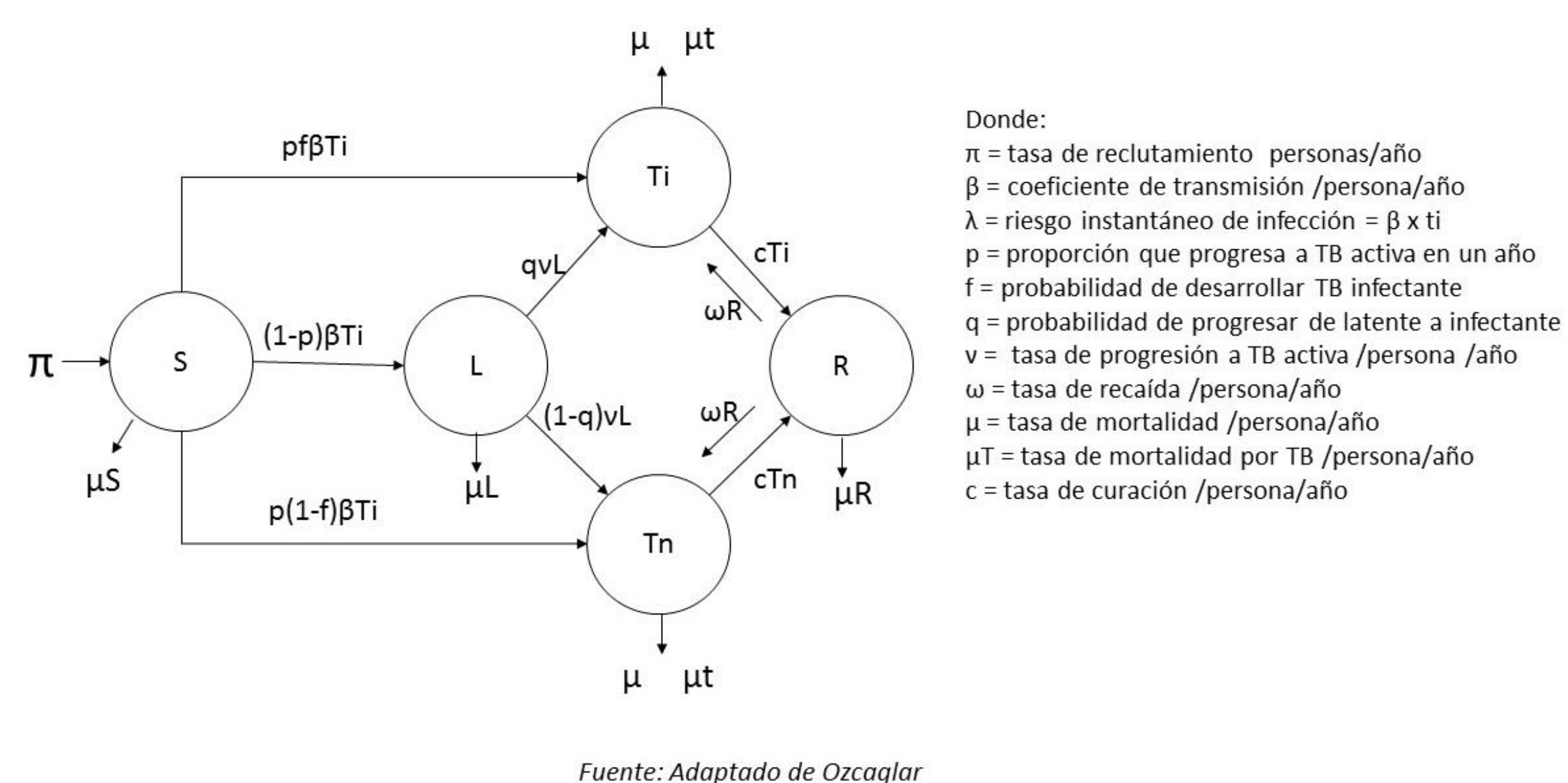


Fig. 1: Figura obtenida de [2]

Este representa el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, donde la variable temporal está parametrizada en años.

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial t} &= \pi - \beta STi - \mu S \\ \frac{\partial L}{\partial t} &= (1-p)\beta STi - \nu L - \mu L \\ \frac{\partial Ti}{\partial t} &= pf\beta STi + q\nu L + \omega R - cTi - \mu_T Ti - \mu Ti \\ \frac{\partial Tn}{\partial t} &= p(1-f)\beta STi + (1-q)\nu L + \omega R - cTn - \mu_T Tn - \mu Tn \\ \frac{\partial R}{\partial t} &= cTi + cTn - 2\omega R - \mu R \end{aligned}$$

Modelo Propuesto

Observamos que el modelo anterior no es adecuado para modelar la evolución de la TB en población privada de libertad, puesto que los individuos que ingresan a la población penal se pueden encontrar en cualquier etapa la infección, para proponer un modelo alternativo, haremos dos supuestos:

- La dinámica en la población privada de libertad tiene un efecto negligible en la dinámica de la población general. Esto se justifica en que la razón entre población penal en Chile y población general es del orden de 1 : 500.
- Los individuos que ingresan al sistema penal están distribuidos entre las etapas de la infección en la misma proporción que la población general.

Con estos supuestos, introducimos el modelo siguiente

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial t} &= \pi \frac{S_{gen}}{N_{gen}} - \beta STi - \mu S \\ \frac{\partial L}{\partial t} &= \pi \frac{L_{gen}}{N_{gen}} + (1-p)\beta STi - \nu L - \mu L \\ \frac{\partial Ti}{\partial t} &= \pi \frac{Ti_{gen}}{N_{gen}} + pf\beta STi + q\nu L + \omega R - cTi - \mu_T Ti - \mu Ti \\ \frac{\partial Tn}{\partial t} &= \pi \frac{Tn_{gen}}{N_{gen}} + p(1-f)\beta STi + (1-q)\nu L + \omega R - cTn - \mu_T Tn - \mu Tn \\ \frac{\partial R}{\partial t} &= \pi \frac{R_{gen}}{N_{gen}} + cTi + cTn - 2\omega R - \mu R, \end{aligned}$$

Donde $N_{gen} = S_{gen} + L_{gen} + Ti_{gen} + Tn_{gen} + R_{gen}$ y $(S_{gen}, L_{gen}, Ti_{gen}, Tn_{gen}, R_{gen})$ se rige por el modelo propuesto por Blower *et al.*

Conclusiones y Trabajo Futuro

- El modelo propuesto, dados sus supuestos, resuelve las limitaciones teóricas del modelo de Blower *et al.* en el modelamiento de la dinámica de la TB en PPL.
- Es de gran interés la validación del modelo con datos reales.
- Considerando la motivación del problema, es de interés incorporar al modelo distintas estrategias diagnóstico y tratamiento.