Universidad Técnica Federico Santa María
Departamento de Matemática
Ingeniería Civil Matemática

Certamen 3 - Optimización (MAT275)

Profesor: Pedro Gajardo
Ayudante: Rafael Plaza
Fecha: 27 de noviembre 2009

Pregunta 1

Dado $c \in \mathbb{R}^n$, resuelva (justificar existencia, determinar si se tiene unicidad, entregar la(s) solucion(es) y el valor óptimo) el problema

$$\begin{aligned} &\min \ \langle c, x\rangle \\ &\sum_{j=1}^{n} x_j = 0 \\ &\sum_{j=1}^{n} x_j^2 = 1 \quad , \end{aligned} \tag{P_1}$$

y determine bajo qué condiciones sobre el vector c, el problema anterior no se puede resolver utilizando las condiciones necesarias de optimalidad.

Pregunta 2

Considere el problema

$$\begin{aligned} &\min \ f(x) \\ &x \in C \quad , \end{aligned} \tag{P}$$

donde $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ es una función continua y coerciva y $C \subseteq \mathbb{R}^n$ un conjunto cerrado y distinto de vacío.

Sea $p : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ una función continua que satisface

(a) $p(x) \geq 0$ para todo $x \in \mathbb{R}^n$;

(b) $p(x) = 0 \Leftrightarrow x \in C$.

Con el objetivo de resolver el problema (P), para $k \in \mathbb{N}$ se considera e problema sin restricciones

$$\begin{aligned} &\min \ \phi_k(x) := f(x) + kp(x) \\ &x \in \mathbb{R}^n \end{aligned} \tag{P_k}$$

1. Muestre que para todo $k \in \mathbb{N}$ el problema (P_k) tiene al menos una solución x_k.
2. Pruebe que la sucesión $\{x_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ es acotada.
3. Muestre que todo punto de acumulación de $\{x_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ es solución (global) del problema (P).

Tiempo: 90 minutos.