UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

Departamento de Matemática
2007

Tarea 1 Optimización año 2007

Profesor: Pedro Gajardo
Fecha de entrega: 16 de noviembre 2007

Problema 1

El objetivo de este problema es programar los métodos de máximo descenso, de Newton y gradiente conjugado para resolver el siguiente problema cuadrático realizando, en los dos primeros casos, alguno de los algoritmos de búsqueda lineal vistos en clase:

$$\min_{x\in\mathbb{R}^n} \frac{1}{2}\langle x, Ax\rangle - \langle b, x\rangle \tag{PC}$$

La implementación se debe realizar en el ambiente `MATLAB` o `SCILAB` según el formato (especificado para `MATLAB`) indicado a continuación.

Entregar tres archivos que llevarán por nombre el método implementado:

- `maximodescenso.m`
- `newton.m`
- `gradienteconjugado.m`

El contenido de cada archivo debe ser una función de la forma:

```
function [x, z] = funname(A, b, x0, e)
```

El nombre `funname` debe ser `maximodescenso`, `newton` y `gradienteconjugado`. Las variables `x` y `z` guardan la solución y el valor de la función objetivo en esa solución respectivamente. La matriz `A` (matriz de $n \times n$) y el vector `b` ($\in \mathbb{R}^n$) se refieren a los parámetros del problema (PC). El vector `x0` es el elemento inicial a partir del cual comenzará el método y la variable `e` (número positivo) es el criterio de parada para la norma del gradiente. La restricción de positividad de la matriz `A` puede chequearse internamente en cada método donde sea necesario. De no tener positividad se recomienda agregar otro criterio de parada asociado a `e`.

1. Entregar los tres archivos mencionados anteriormente adjuntando una descripción de estos detallando, entre otros, la búsqueda lineal utilizada (en el caso de los dos primeros). Los archivos serán probados con ejemplos aleatorios. Debe entregar también la solución de tres problemas generados por usted (de dimensión superior a 5) comparando en número de iteraciones los diferentes métodos.

2. Considere la matriz A definida por

$$A_{i,j} = \frac{1}{(i+j-1)}$$

y el vector $b = (1, 1, \ldots, 1)$. La matriz A se conoce como matriz de Hilbert la cual satisface ser simétrica y definida positiva. Pruebe los tres métodos con la condición inicial $x_0 = (0, 0, \ldots, 0)$ y criterio de parada igual a 10^{-5} para las dimensiones $n = 5, 12$ y 20 entregando una tabla que indique el número de iteraciones requeridas en cada caso.

Problema 2

Considere el problema

$$\min_{x_1,\ x_2 \in \mathbb{R}} f(x_1, x_2) \tag{RP}$$

donde $f(x_1, x_2) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$.

1. Muestre que el problema (RP) posee una única solución y determínela.
2. Considerando las condiciones iniciales $x_0 = (1{,}2; 1{,}2)$, $x_0 = (-1{,}2; 1)$ y criterio de parada 10^{-5} implemente los siguientes métodos:

   a) Máximo descenso utilizando búsqueda lineal de Armijo y Wolfe;

   b) BFGS con búsqueda lineal de Wolfe (inicializando en $t = 1$);

   c) Fletcher-Reeves con búsqueda lineal de Wolfe fuerte.

   Entregue un archivo con los códigos utilizados para desarrollar los ejemplos anteriores, de preferencia en formato LaTeX, junto a una tabla que indique el número de iteraciones requeridas en cada caso.