



Departamento de Matemática  
Ingeniería Civil Matemática  
Licenciatura en Matemática  
2008

UNIVERSIDAD TECNICA  
FEDERICO SANTA MARIA

## Análisis I (MAT223) año 2008

<http://docencia.mat.utfsm.cl/~pgajardo/analisisI.html>

**Profesor:** Pedro Gajardo

pedro.gajardo@usm.cl

### 1. Objetivos

El curso tiene por objetivo introducir a los alumnos de Ingeniería Civil Matemática y Licenciatura en Matemática en el análisis a través de la presentación de los primeros conceptos sobre espacios vectoriales normados, espacios métricos y topología general. Al final del curso, se espera que el estudiante conozca los fundamentos y sea capaz de aplicar las técnicas y resultados básicos de los tópicos señalados.

### 2. Programa

- **Espacios vectoriales normados (25 clases)**
  - Conceptos preliminares (norma, bola, esfera, equivalencia de normas, etc..) (1 clase)
  - Desigualdades de Cauchy-Schwartz, Holder y Minkowsky (1 clase)
  - Conjuntos abiertos y cerrados (1/2 clase)
  - Interior, adherencia y frontera (1/2 clase)
  - Conjuntos compactos (1 clase)
  - Espacios Pre-Hilbertianos (1 clase)
    - Cauchy-Schwartz
    - Desigualdad de Bessel
    - Ley del paralelógramo
  - Sucesiones (1 clase)
  - Completitud (2 clases)
    - Sucesiones de Cauchy
    - Espacios completos
    - Ejemplos: Espacios de Banach, espacios de Hilbert
  - Funciones (3 clases)
    - Continuidad
    - Límite de funciones
    - Funciones definidas sobre un compacto
    - Uniforme continuidad y Lipschitzianidad
    - Teorema del punto fijo de Banach

- Espacios de funciones (3 clases)
  - Espacio de las funciones acotadas
  - Espacio de las funciones lineales continuas
    - ◊ Espacio dual
  - Convergencia uniforme y convergencia simple de una sucesión de funciones
  - Equicontinuidad
  - Teorema de Arzela-Ascoli
- Espacios de Hilbert (3 clases)
  - Proyecciones
  - Teorema de representación de Riesz
  - Teorema de Hahn-Banach
  - Lema de Farkas
- Cálculo diferencial (8 clases)
  - Definiciones
  - Teorema del valor medio
  - Teorema de la función inversa e implícita
  - Formas diferenciales
  - Teorema de Stokes
- **Espacios métricos (5 clases)**
  - Conceptos preliminares (1 clase)
  - Equivalencia de métricas (1 clase)
  - Completitud (1 clase)
  - Funciones en espacios métricos (2 clases)
    - Continuidad
    - Límite de funciones y caracterización de la continuidad
    - Funciones continuas con valores en un espacio producto
    - Funciones continuas definidas en un compacto
    - Continuidad uniforme y Lipschitzianidad
    - Completación de espacios métricos
    - Teorema del punto fijo en e.m. completos
- **Espacios topológicos (8 clases)**
  - Conceptos preliminares (1 clase)
    - Conjuntos abiertos y cerrados
    - Interior, adherencia y frontera
    - Espacios de Hausdorff
    - Sucesiones y límites
    - Subconjuntos densos. Espacios separables
  - Espacio producto (topología) (1 clase)
  - Conjuntos compactos (2 clases)
    - Teorema de Bolzano-Weierstrass

- Espacios localmente compactos
- Teorema de Tychonoff
- Funciones en espacios topológicos (3 clases)
  - Continuidad
  - Límite de funciones y caracterización de la continuidad
  - Funciones continuas con valores en un espacio producto
  - Funciones continuas definidas en un compacto
  - Continuidad uniforme
  - Espacios vectoriales topológicos
    - ◇ Espacios vectoriales topológicos de dimensión finita
- Conexidad (1 clase)
  - Conexidad y componentes conexas
  - Continuidad y conexidad
  - Arco-conexidad y componentes arco-conexas
  - Continuidad y arco-conexidad

**TOTAL: 38 clases**

### 3. Evaluación

La evaluación constará de tres certámenes más tareas que se entregarán todas las semanas obteniéndose así dos notas: promedio de certámenes (NC) y promedio tarea de desarrollo (T). El estudiante aprueba teniendo las dos notas superiores o igual a 55. En tal caso la nota final es calculada por

$$\text{NOTA FINAL} = 0,8 \text{ NC} + 0,2 \text{ T.}$$

Si el promedio de certámenes es superior o igual a 45 e inferior a 55 o, el promedio de tareas es inferior a 55, el alumno deberá rendir examen debiendo obtener como calificación una nota tal que la ponderación

$$0,5 \text{ NC} + 0,3 \text{ Examen} + 0,2 \text{ T}$$

sea superior o igual a 55 quedando esta como nota final.

### Referencias

- [1] H. Brezis. *Analyse fonctionnelle Théorie et applications*. Collection Mathématiques Appliquées pour la Maîtrise. Masson, Paris, 1983.
- [2] J. Dieudonné. *J. Foundations of modern analysis*. Pure and Applied Mathematics, Vol. X Academic Press, New York-London 1960.
- [3] Ch. H. Honig. *Aplicacoes da topologia à análise*. Proyecto Euclides, IMPA, 1976.
- [4] J. Munkres. *Topology, a first course*. Prentice-Hall, Inc. 1975.
- [5] G. K. Pedersen. *Analysis Now*. Springer-Verlag, 1989.
- [6] W. Rudin. *Principles of mathematical analysis*. Second edition McGraw-Hill Book Co., New York 1964.

- [7] W. Rudin. *Real and complex analysis*. McGraw-Hill Book Co., New York-Toronto, Ont.-London 1966.
- [8] L. Schwartz. *Analyse: Topologie générale et analyse fonctionnelle*. Hermann, Paris, 1970.
- [9] L. Schwartz. *Analyse I: Théorie des ensembles et topologie*. Hermann, Paris, 1991.